课程编号	MS007601
课程名称	偏微分方程数值解
课程层次	硕士课程
课程类型	必修课
学时数	48
先修课程	微积分、线性代数、数值分析、偏微分方程(或数学物理方程)、泛函分析
课程简介	本课程系统讲授偏微分方程数值解的核心方法,重点涵盖基于强形式离散的有限差分法,以及基于弱形式离散的谱方法。内容包括有限差分法在椭圆型、抛物型和双曲型方程中的应用,高维问题中的交替方向法,以及相场方程、Schrödinger 方程等非线性方程的差分求解; 谱方法部分包括椭圆方程的 Galerkin 谱方法和谱配置法。有限差分方法要求: 1) 离散能力,掌握包括紧差分格式在内的高阶有限差分方法,具备在不规则区域和非结构网格上进行离散的能力,能够根据具体问题选择适当的离散策略(如低阶与高阶格式的选择、保结构离散、数学性质保持等); 2) 计算实现,能够运用多种迭代算法(如共轭梯度法(CG)、双共轭梯度法(BICG)、多重网格方法等)求解离散系统,并具备相应的 2D/3D编程实现能力: 3) 理论分析,掌握有限差分方法的收敛性、稳定性分析,能够在 L^p 范数和能量范数意义下进行最优误差估计; 熟练掌握极值原理、能量方法和 Fourier 分析三种主要的理论分析工具。 谱方法要求: 1) 离散能力,系统学习椭圆型、色散型和抛物型模型方程的高效谱方法的构造、实现与分析; 掌握基于变分数学公式化的系统数值算法开发与分析方法; 2) 算法应用: 能够对不同的谱方法进行分类,针对不同边界条件选择合适的基函数,构建面向具体问题的高效数值解法; 3)理论基础: 通过典型和通用数值算例,理解谱方法构造的基本思想与技巧,具备举一反三的能力; 掌握数值方法中的基本概念与理论(如稳定性、收敛性及误差估计等),并具备一定的严格理论分析能力。 课程目标:通过本课程的学习与实践,学生将掌握偏微分方程数值解的核心知识,能够应对科学与工程计算中的实际问题,并为后续学习其他数值方法(如有限元方法、神经网络方法等)奠定坚实基础。